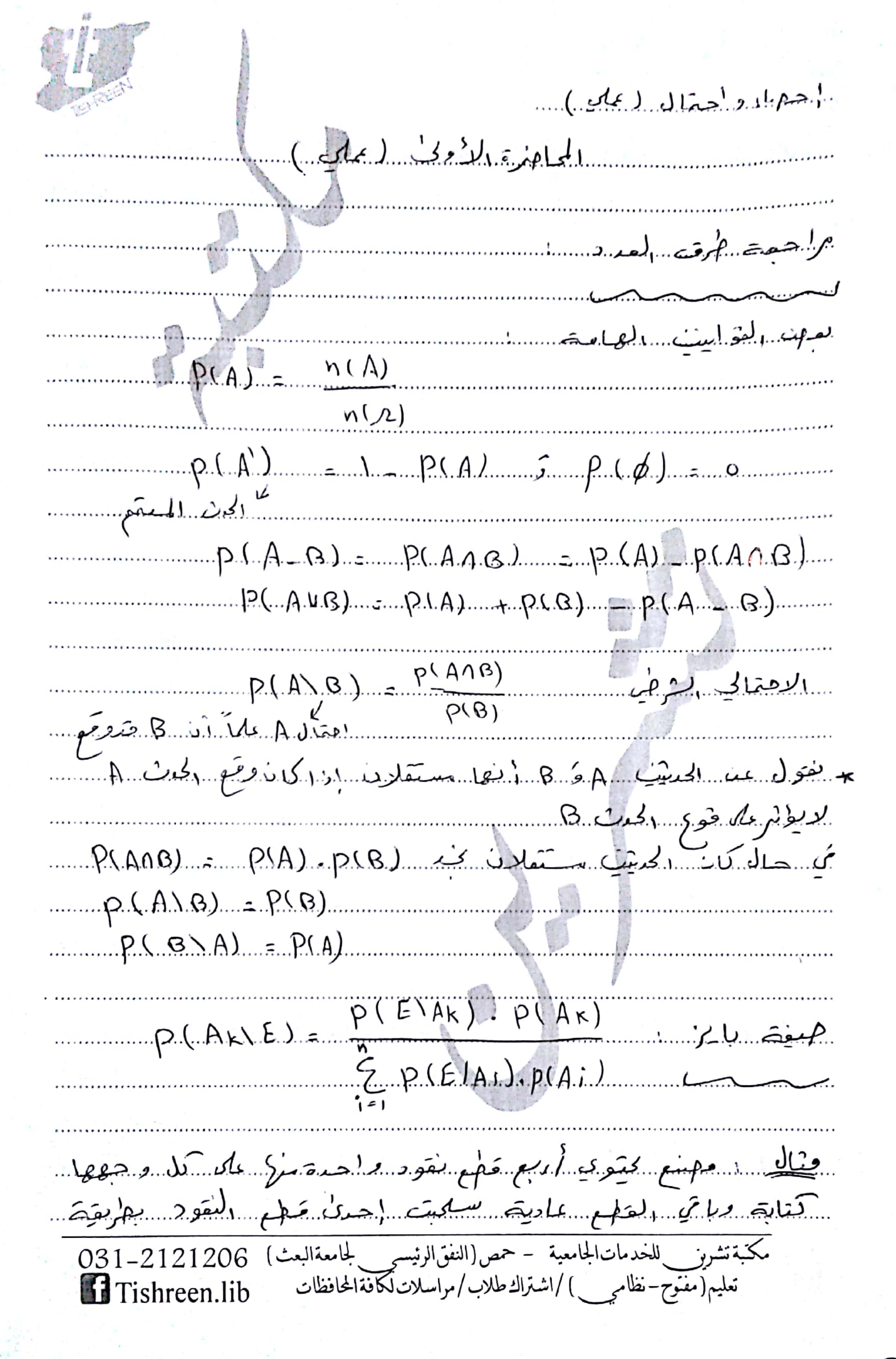


المحاضرة الأولى (عملي)

مراجعة طرق العد :

بعض القوانين الهامة :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

$$P(A') = 1 - P(A) \quad و \quad P(\phi) = 0$$

A' ← الحدث المتمم

$$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

الاحتمال الشرطي

$$P(A \backslash B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

احتمال A علماً أن B قد وقع

* نقول عن الحدثين A و B أنهما مستقلان إذا كان وقوع الحدث A لا يؤثر على وقوع الحدث B

في حال كان الحدثين مستقلان نجد $P(A \cap B) = P(A) . P(B)$

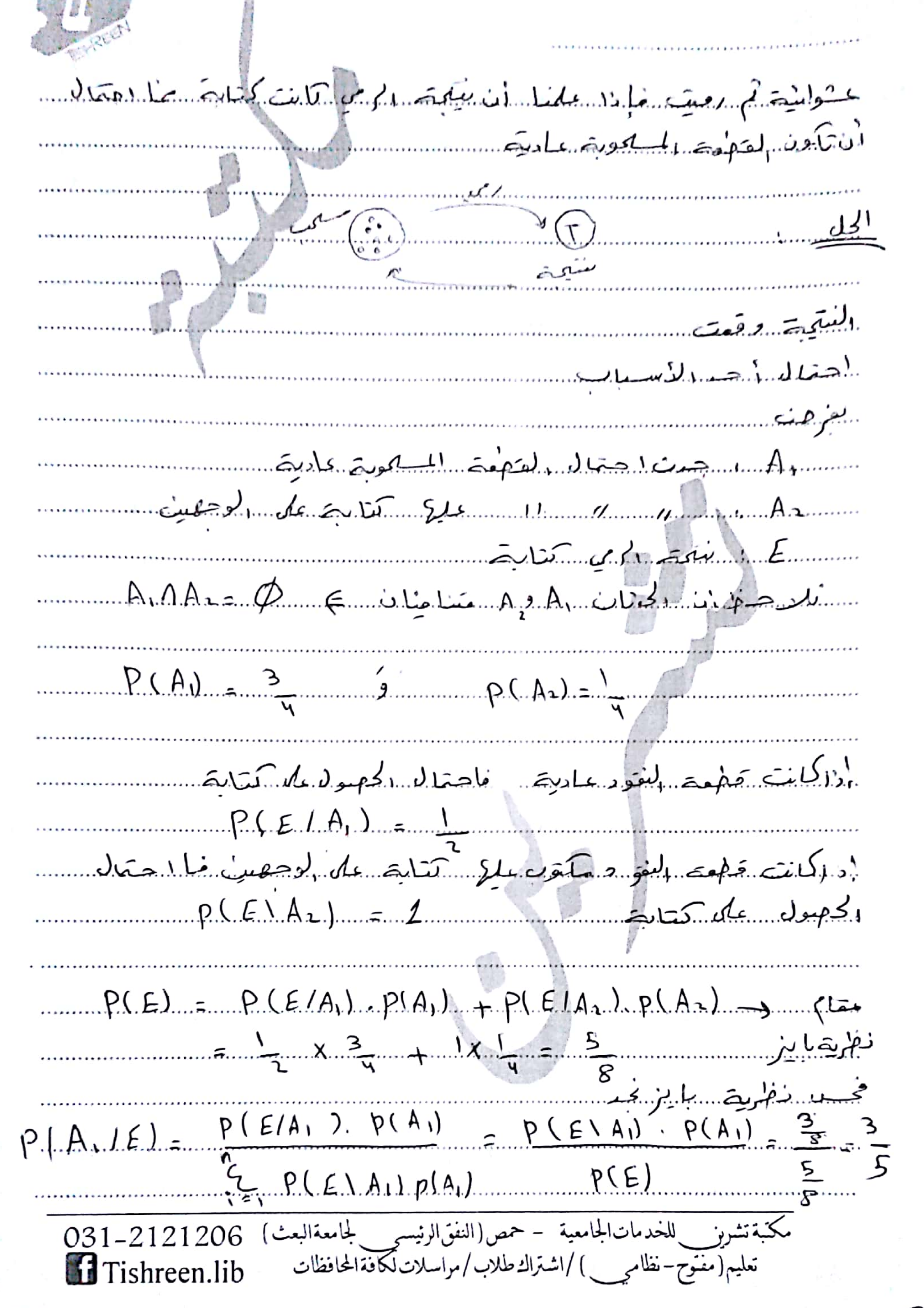
$$P(A \backslash B) = P(B)$$

$$P(B \backslash A) = P(A)$$

صيغة بايز :

$$P(A_k \backslash E) = \frac{P(E \backslash A_k) . P(A_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(E \backslash A_i) . P(A_i)}$$

مثال : صندوق يحتوي أربع قطع نقود واحدة منها على كل وجهيها كتابة وباقي القطع عادية سحبت إحدى قطع النقود بطريقة



عشوائية ثم رميت فإذا علمنا أن نتيجة الرمي كانت كتابة فما احتمال أن تكون القطعة المسحوبة عادية

الحل:

النتيجة وقعت
احتمال أحد الأسباب
نفرض

A_1 : حدث احتمال القطعة المسحوبة عادية

A_2 : " " " عليها كتابة على الوجهين

E : نتيجة الرمي كتابة

نلاحظ أن الحدثان A_1 و A_2 متنافيان $\Leftarrow$ $A_1 \cap A_2 = \emptyset$

$P(A_1) = \frac{3}{4}$ و $P(A_2) = \frac{1}{4}$

إذا كانت قطعة النقود عادية فاحتمال الحصول على كتابة

$P(E/A_1) = \frac{1}{2}$

إذا كانت قطعة النقود مكتوب عليها كتابة على الوجهين فاحتمال الحصول على كتابة

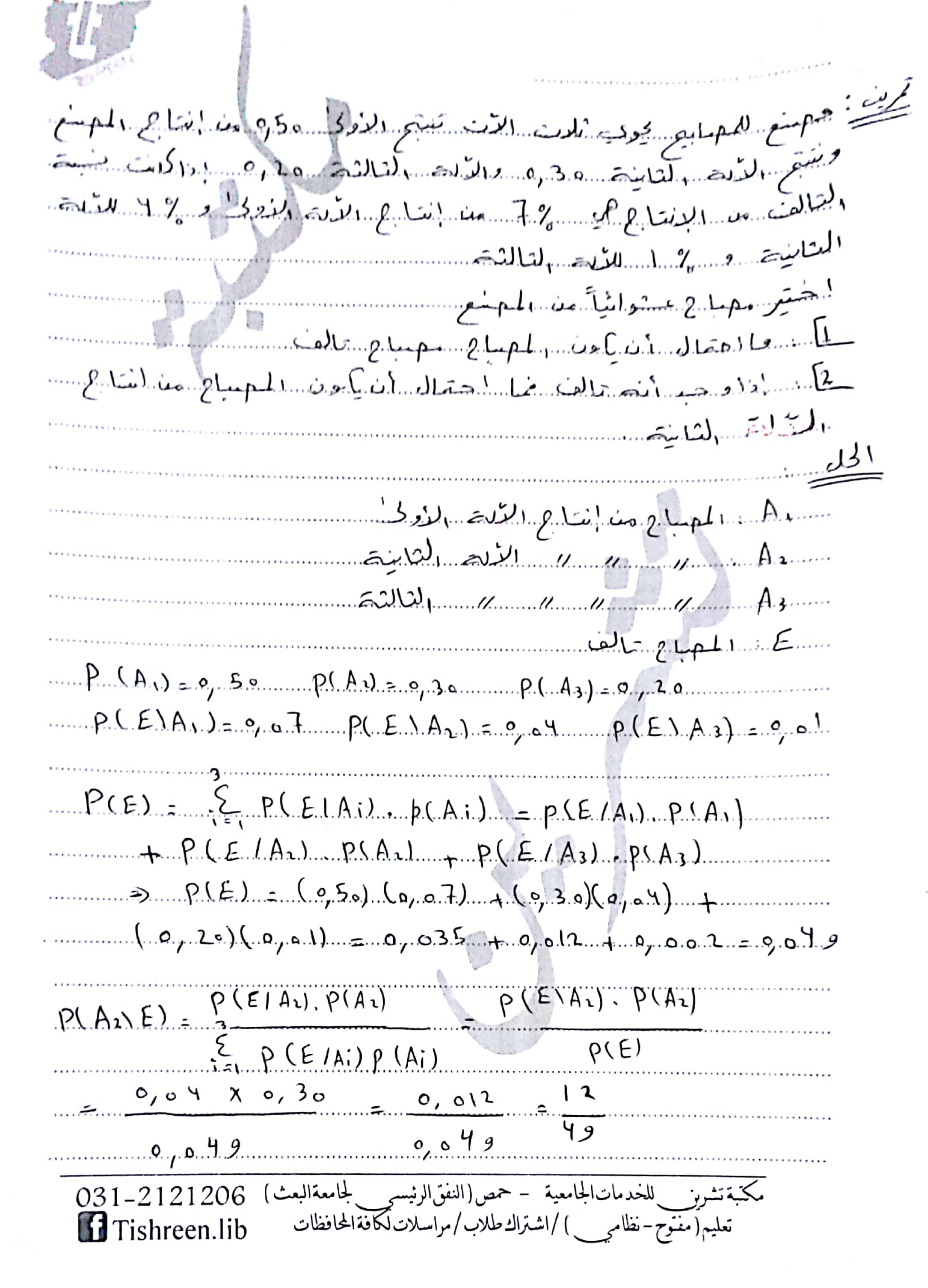
$P(E \backslash A_2) = 1$

$P(E) = P(E/A_1).P(A_1) + P(E/A_2).P(A_2) \rightarrow$ مقام نظرية بايز

$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + 1 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$

حسب نظرية بايز نجد

$$P(A_1/E) = \frac{P(E/A_1).P(A_1)}{\sum_{i=1}^{2} P(E \backslash A_i) P(A_i)} = \frac{P(E \backslash A_1) . P(A_1)}{P(E)} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{5}{8}} = \frac{3}{5}$$



تمرين: مصنع للمصابيح يحوي ثلاث آلات تنتج الأولى 0,50 من إنتاج المصنع وتنتج الآلة الثانية 0,30 والآلة الثالثة 0,20 ، إذا كانت نسبة التالف من الإنتاج هي 7% من إنتاج الآلة الأولى و 4% للآلة الثانية و 1% للآلة الثالثة

اختير مصباح عشوائياً من المصنع

1. ما احتمال أن يكون المصباح مصباح تالف
2. إذا وجد أنه تالف فما احتمال أن يكون المصباح من انتاج الآلة الثانية.

الحل

A_1 : المصباح من إنتاج الآلة الأولى

A_2 : " " " الآلة الثانية

A_3 : " " " " الثالثة

E : المصباح تالف

$P(A_1) = 0,50 \quad P(A_2) = 0,30 \quad P(A_3) = 0,20$

$P(E \setminus A_1) = 0,07 \quad P(E \setminus A_2) = 0,04 \quad P(E \setminus A_3) = 0,01$

$$P(E) = \sum_{i=1}^{3} P(E|A_i) \cdot p(A_i) = p(E/A_1) \cdot P(A_1) + P(E/A_2) \cdot P(A_2) + P(E/A_3) \cdot P(A_3)$$

$$\Rightarrow P(E) = (0,50)(0,07) + (0,30)(0,04) + (0,20)(0,01) = 0,035 + 0,012 + 0,002 = 0,049$$

$$P(A_2 \setminus E) = \frac{P(E|A_2) \cdot P(A_2)}{\sum_{i=1}^{3} P(E/A_i) P(A_i)} = \frac{P(E \setminus A_2) \cdot P(A_2)}{P(E)}$$

$$= \frac{0,04 \times 0,30}{0,049} = \frac{0,012}{0,049} = \frac{12}{49}$$